第7章　機率分配

◆離散型機率分配

◆連續型機率分配

1

例題(離散均勻分配)

擲一公正的骰子一次，令X表出現的點數，試求X之機率分配。

一個骰子有六面，且每面出現的機率均等，$f(x)=\frac{1}{6}$，$x=1, 2, 3, 4, 5, 6$

試求$E(x)$及$\text{Var}(x)$

$$E(x)=1(\frac{1}{6})+2(\frac{1}{6})+3(\frac{1}{6})+4(\frac{1}{6})+5(\frac{1}{6})+6(\frac{1}{6})=3.5$$

$$\text{Var}(x)=(1-3.5)^2\frac{1}{6}+(2-3.5)^2\frac{1}{6}+(3-3.5)^2\frac{1}{6}$$
$$+(4-3.5)^2\frac{1}{6}+(5-3.5)^2\frac{1}{6}+(6-3.5)^2\frac{1}{6}=2.92)$$

2

離散均勻分配

- 離散均勻分配 (discrete uniform distribution) :機率分配函數

$$f(x)=\frac{1}{n}\text{，}x=x_1,\ x_2,\ \cdots x_n$$

- 定理:

若隨機變數X服從離散均勻分配

$$E(x)=\frac{n+1}{2}\text{，}\mathrm{Var}(x)=\frac{n^2-1}{12}$$

3

離散均勻分配

$$E(X)=\sum x_i f(x_i)=1\times\frac{1}{n}+2\times\frac{1}{n}+3\times\frac{1}{n}+\cdots+n\times\frac{1}{n}=\frac{1+2+3+\cdots+n}{n}=\frac{\frac{n(n+1)}{2}}{n}=\frac{n+1}{2}$$

$$V(X)=E(X^2)-(E(X))^2=(1^2\times\frac{1}{n}+2^2\times\frac{1}{n}+3^2\times\frac{1}{n}+\cdots+n^2\times\frac{1}{n})-(\frac{n+1}{2})^2=$$

$$\frac{1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2}{n}-\frac{(n+1)^2}{4}=\frac{\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}{n}-\frac{(n+1)^2}{4}=\frac{(n+1)(2(2n+1)-3(n+1))}{12}=$$

$$\frac{(n+1)(n-1)}{12}=\frac{n^2-1}{12}$$

4

例題(伯努利分配)

擲一公正的骰子一次，令出現點數 5 為成功事件，其它點數為失敗事件。設 X 表出現點數 5 的次數，試求 X 之機率分配。

此實驗分為兩類事件，出現點數 5 的為成功事件，以 $X=1$ 表示，且其機率為 $\frac{1}{6}$。另一類則為失敗事件，即出現的點數為 1, 2, 3, 4, 6 的其中之任一數，以 $X=0$ 表示，且其機率為 $\frac{5}{6}$，機率分配函數為：

$f(0)=$; $f(1)=$

$E(X)=$ $V(X)=$

伯努利分配

- 伯努利分配 (Bernolli distribution)

  一隨機試驗只有成功和失敗兩種結果。令隨機變數X=1代表成功的事件，X=0代表失敗的事件，又成功事件發生的機率為p，失敗發生的機率為1−p

$$f(x)=p^x(1-p)^{1-x}\text{，}x=0\text{ 或 }1$$

- 定理：若隨機變數服從伯努利分配，則

$$E(x)=p \qquad \mathrm{Var}(x)=p(1-p)$$

例題(二項分配)

投擲一個公正錢幣三次，出現正面的情形

可能情況	投擲			正面次數
	第1次	第2次	第3次	
1	T	T	T	0
2	T	T	H	1
3	T	H	T	1
4	T	H	H	2
5	H	T	T	1
6	H	T	H	2
7	H	H	T	2
8	H	H	H	3

出現正面之機率分配

正面數x	機率 P(x)
0	1/8= $C_0^3(\frac{1}{2})^0(\frac{1}{2})^3$
1	3/8=
2	3/8=
3	1/8=
合計	1

7

二項實驗具有以下的特性

- 二項實驗具有以下的特性：
  1. 實驗由n次試驗構成
  2. 每次試驗僅有成功或失敗兩種結果，又可稱為伯努利試驗
  3. 每次試驗成功的機率都相等
  4. n次試驗彼此間皆獨立

8

二項分配

- 二項分配 (binomial distribution) ：

  若執行n次的伯努利實驗，設每次成功的機率為p，且每次實驗互相獨立。令X表 n 次實驗中成功次數的隨機變數，則稱X服從二項分配，通常以 $X\sim B(n\,,p)$以表示。

  ■機率分配函數(機率質量函數)

  $f(x)=P(X=x)=C_x^n p^x(1-p)^{n-x},\ x=0,1,2,\cdots,n$。 其中$C_x^n=\dfrac{n!}{x!(n-x)!}$

  ■期望值

  $E(X)=np$

  ■變異數

  $Var(X)=np(1-p)$

例題(二項分配)

連續擲一公正的銅板五次，令X為出現正面的次數

試求：(1) X之機率分配函數？

(2)出現二次正面的機會？

(3)出現至少三次正面的機會？

(1) $X\sim B(5,\frac{1}{2})$ $f(x)=C_x^5(\frac{1}{2})^x(\frac{1}{2})^{5-x},\ x=0,1,2,3,4,5$

$f(0)=\quad,f(1)=\quad,f(2)=\quad,f(3)=\quad,f(4)=\quad,f(5)=$

(2) $P(X=2)=$

(4) $E(X)=$

(3) $P(X\geq 3)=$

(5) $Var(X)=$

例題(二項分配)

某大學對全校學生所做的調查，顯示 80%的人反對抽煙，今若隨機選取 10 位學生，求不贊成抽煙人數為下列之機率：

(1)最多 5 人。

(2) 7 至 9 人。

(3)不低於 8 人。

(4) $E(X) =$

(5) $Var(X) =$

(1) $X \sim B(10, \frac{4}{5})$

(2) $P(7 \le X \le 9) =$

(3) $P(8 \le X) =$

表 1　二項分配機率值表

$$P(X \le k) = \sum_{x=0}^{k} C_x^n p^x (1-p)^{n-x}$$

$n=10$

k	p 0.01	0.05	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.90	0.95	0.99
0	0.904	0.599	0.349	0.107	0.056	0.028	0.006	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1	0.996	0.914	0.736	0.376	0.244	0.149	0.046	0.011	0.002	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2	1.000	0.988	0.930	0.678	0.526	0.383	0.167	0.055	0.012	0.002	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
3	1.000	0.999	0.987	0.879	0.776	0.650	0.382	0.172	0.055	0.011	0.004	0.001	0.000	0.000	0.000
4	1.000	1.000	0.998	0.967	0.922	0.850	0.633	0.377	0.166	0.047	0.020	0.006	0.000	0.000	0.000
5	1.000	1.000	1.000	0.994	0.980	0.953	0.834	0.623	0.367	0.150	0.078	0.033	0.002	0.000	0.000
6	1.000	1.000	1.000	0.999	0.996	0.989	0.945	0.828	0.618	0.350	0.224	0.121	0.013	0.001	0.000
7	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.998	0.988	0.945	0.833	0.617	0.474	0.322	0.070	0.012	0.000
8	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.998	0.989	0.954	0.851	0.756	0.624	0.264	0.086	0.004
9	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	0.994	0.972	0.944	0.893	0.651	0.401	0.096

多項分配

「多項分配」(*multinomial distribution*):「統計實驗」包含數次「試驗」, 每次「試驗」有三種以上的可能結果, 而且每次「試驗」中各種可能結果出現之機率是固定的。例如, 袋中有五種顏色的球, 每次自袋中取出一球 (即一次「試驗」), 取出之球再放回袋中 (即每次「試驗」中取到各種顏色球之機率是固定的)。重複數次, 則 **各種顏色球數** 會呈現「多項分配」。

- 多項分配 :

$$P(x_1, x_2, \cdots, x_k) = \binom{n}{x_1, x_2, \cdots, x_k} p_1^{x_1} p_2^{x_2} \cdots p_k^{x_k}$$

其中 $\sum_{i=1}^{k} x_i = n$，$\sum_{i=1}^{k} p_i = 1$，$\binom{n}{x_1, x_2, \cdots, x_k} = \frac{n!}{x_1!\, x_2! \cdots x_k!}$

13

多項分配

「多項分配」是指一間斷隨機變項，

進行n次試驗(trial)所產生k類事件的機率分配；具有下列特性：

1. 結果由n次隨機試驗所組成。
2. 每次試驗的結果有k個類別的可能，但只有其中一類發生。
3. k個類別之間的發生機率彼此獨立，且在每次的試驗中都相同。
4. 每次試驗中，k個類別的機率分別P_1，P_2，……P_k，且總和為1。

即　$P_1+P_2+\cdots\cdots+P_k=1$　（當k等於2時，即是二項分配。）

$P(x_1, x_2, \cdots, x_k) = \binom{n}{x_1, x_2, \cdots, x_k} p_1^{x_1} p_2^{x_2} \cdots p_k^{x_k}$ 其中 $\sum_{i=1}^{k} x_i = n$，$\sum_{i=1}^{k} p_i = 1$，$\binom{n}{x_1, x_2, \cdots, x_k} = \frac{n!}{x_1!\, x_2! \cdots x_k!}$

14

例題(多項分配)

某公司主管參加會議可搭乘飛機、巴士、汽車或火車的機率分別為 0.4、0.2、0.3 和 0.1。若有九位主管將參加會議，求他們 3 位乘飛機、2 位乘巴士、3 位乘汽車和 1 位乘火車的機率？

負二項分配例說

- 舉例說，若我們擲骰子，擲到一即視為成功。則每次擲骰的成功率是1/6。要擲出三次一，所需的擲骰次數屬於集合{3, 4, 5, 6, ... }。擲到三次一的擲骰次數是負二項分布的隨機變數。
  - 要在第三次擲骰時，擲到第三次一，則之前兩次都要擲到一，其機率為 。注意擲骰是伯努利試驗，之前的結果不影響隨後的結果。
  - 若要在第四次擲骰時，擲到第三次一，則之前三次之中要有剛好兩次擲到一機率為 。第四次擲骰要擲到第三次一，所以機率為 。

負二項分配

- 負二項分布表示，已知一個事件在伯努利試驗中每次的出現機率是 p，在一連串伯努利試驗中，一件事件剛好在第 x 次試驗出現第 k 次成功的機率。即令隨機變數 X 表第 k 次成功發生的總試驗次數，則 X 服從負二項分布，其

■機率分配函數(機率質量函數) $f(x)=C_{k-1}^{x-1}p^k(1-p)^{x-k}, x=k,k+1,k+2,\cdots$

■期望值 $E(X)=\dfrac{k}{p}$

■變異數 $Var(X)=\dfrac{k(1-p)}{p^2}$

17

例題(負二項分配)

某城市中的人養狗的機率為 0.3，今若隨機訪問此城市的居民，求訪問到第10個人時，他是第5位訪問到有養狗的人之機率為何？

若將訪問到有養狗的人視為成功，則每次成功的機率為 0.3 即 $p=0.3$。令 X 表示第 k 次成功的試驗次數，則 X 服從負二項分配，故第 5 次成功是發生在第 10 次的試驗機率為 $P(X=10)=C_{5-1}^{10-1}(0.3)^5(0.7)^{10-5}=0.0512$

18

幾何分配

- 負二項分布中取 $k=1$，則負二項分布等於幾何分布。即令隨機變數 X 表第1次成功發生的總試驗次數，則 X 服從幾何分布，其

■機率分配函數(機率質量函數)　$f(x)=p(1-p)^{x-1}, x=1,2,3,\cdots$

■期望值　$E(X)=\frac{1}{p}$

■變異數　$Var(X)=\frac{1-p}{p^2}$

例題(幾何分配)

在某產品的製造過程中，已知 100 個產品會有一個不良品。試問當檢驗至第六個產品時，才發現第一個不良品的機率為何？

令 X 表為檢驗出第一個不良品所需的檢驗次數，則 X 服從幾何分配。又不良品的比例為 $p=\frac{1}{100}=0.01$，所以檢驗到第六個產品，才發現第一個不良品的機率為

$$P(X=6)=(0.01)(1-0.01)^5=0.0085$$

超幾何分配

- **超幾何分布**它描述了由有限個物件中抽出n個物件，成功抽出指定種類的物件的個數（不歸還）。例如在有N個樣本，其中m個是不及格的。超幾何分布描述了在該N個樣本中抽出n個，其中k個是不及格的機率：
- 上式可如此理解：表示所有在N個樣本中抽出n個的方法數目。 表示在m個樣本中，抽出k個的方法數目。剩下來的樣本都是及格的，而及格的樣本有N-m個，剩下的抽法便有種。
- 若n=1，超幾何分布還原為伯努利分布。
- 若N接近∞，超幾何分布可視為二項分布。

21

超幾何分配

- 在有N個元素的母體，且分為成功與失敗兩類。其中M個元素為成功，N-M個元素為失敗。今以抽出不放回的方式，自母體抽出n個元素，令隨機變數 X 表n個元素中屬於成功的個數，則 X 服從**超幾何分布**，其

■機率分配函數 $f(x)=\dfrac{C_x^M C_{n-x}^{N-M}}{C_n^N}, \max\{0, n-(N-M)\} \le x \le \min\{n, M\}$

上式可如此理解：C_n^N 表示在所有N個元素中抽出n個的方法數目。C_x^M 表示在M個成功元素中，抽出x個成功的方法數目。N-M個失敗的元素中，抽出n-x個失敗的方法數目有 C_{n-x}^{N-M} 種。

■期望值 $E(X)=n\cdot\dfrac{M}{N}$

■變異數 $Var(X)=\dfrac{N-n}{N-1}\cdot n\cdot\dfrac{M}{N}\cdot(1-\dfrac{M}{N})$

22

例題(超幾何分配)

自 3 位男同學和 6 位女同學中隨機抽出 4 位組成一委員會，求此委員會中女同學人數的機率分配。

試求 $E(x)$ 與 $\mathrm{Var}(x)$。

超幾何分布與伯努利分布

- 若n=1，超幾何分布還原為伯努利分布。

$$f(x)=\frac{C_x^M C_{n-x}^{N-M}}{C_n^N},\max\{0,n-(N-M)\}\le x\le \min\{n,M\}$$

$$n=1 \Rightarrow f(x)=\frac{C_x^M C_{1-x}^{N-M}}{C_1^N},x=0,1 \Rightarrow f(1)=\frac{M}{N}=p,\quad f(0)=\frac{N-M}{N}=1-p$$

超幾何分配與二項分配

- 當N很大時，發現超幾何分配可視為二項分配。利用下表來比較超幾何分配與二項分配的機率值。

x	二項分配 $n=5$，$p=0.5$ $f(x)=C_x^5(0.5)^x(0.5)^{5-x}$	超幾何分配 $N=10$，$M=5$ $f(x)=\frac{C_x^5 C_{5-x}^5}{C_5^{10}}$	超幾何分配 $N=100$，$M=50$ $f(x)=\frac{C_x^{50} C_{5-x}^{50}}{C_5^{100}}$
0	0.0313	0.0040	0.028
1	0.1563	0.0992	0.1529
2	0.3125	0.3968	0.3189
3	0.3125	0.3968	0.3189
4	0.1563	0.0992	0.1529
5	0.0313	0.0040	0.0281

- 當(n/N)≦0.05時，超幾何分配近似二項分配。

例題(超幾何分配逼近二項分配)

某量販店宣稱，在上個月售出的 1,000 瓶洗髮精中，有 700 瓶為A牌洗髮精。若隨機抽取 10 瓶，求恰有 6 瓶為 A 牌洗髮精的機率。

卜瓦松分配的性質

- 若一實驗是求某特定事件在一段時間或一特定區域內發生的次數，通常稱為卜瓦松實驗。

1. 每一個時間或區域內事件的發生皆是互相獨立的。
2. 在一固定的時間或區域內，事件發生的機率均相等。
3. 事件發生次數的期望值與時間或區域的大小成正比，即時間或區域愈大，期望值μ愈高。
4. 在一極短的時間或區域內，僅有兩種情況，即發生一次或不發生，而發生兩次或以上的情形不予考慮。

- **Poisson分佈**（Poisson distribution）卜瓦松分佈適合於描述單位時間內隨機事件發生的次數的機率分佈。如某一服務設施在一定時間內受到的服務請求的次數，電話交換機接到呼叫的次數、汽車站台的候客人數、機器出現的故障數、自然災害發生的次數、DNA序列的變異數、放射性原子核的衰變數等等。

卜瓦松分配

- 隨機變數 X 表在所設定的一段時間或區域內某特定事件發生的數目，則 X 服從卜瓦松分配，通常以 $X \sim P(\mu)$ 表示，

■機率分配函數(機率質量函數) $f(x) = \dfrac{e^{-\mu}\mu^{x}}{x!}, x = 0,1,2,3,\cdots$

■期望值 $E(X) = \mu$

■變異數 $Var(X) = \mu$

其中 μ 為時間或區域內某特定事件發生的數目平均數

例題(卜瓦松分配)

某速食店平均每 10 分鐘有 2 人進入。試求下列之機率

(1) 10 分鐘內，少於 4 人進入該店的機率？

(2) 10 分鐘內，恰有 5 人進入該店的機率？

卜瓦松分配機率值表 $P(X \le k) = \sum_{x=0}^{k} \frac{e^{-\mu}\mu^x}{x!}$

k	μ															
	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	3.50	4.00	4.50	5.00	5.50	6.00
0	0.905	0.819	0.741	0.670	0.607	0.368	0.223	0.135	0.082	0.050	0.030	0.018	0.011	0.007	0.004	0.002
1	0.995	0.982	0.963	0.938	0.910	0.736	0.558	0.406	0.287	0.199	0.136	0.092	0.061	0.040	0.027	0.017
2	1.000	0.999	0.996	0.992	0.986	0.920	0.809	0.677	0.544	0.423	0.321	0.238	0.174	0.125	0.088	0.062
3	1.000	1.000	1.000	.999	0.998	0.981	0.934	0.857	0.758	0.647	0.537	0.433	0.342	0.265	0.202	0.151
4	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.996	0.981	0.947	0.891	0.815	0.725	0.629	0.532	0.440	0.358	0.285
5						0.999	0.996	0.983	0.958	0.916	0.858	0.785	0.703	0.616	0.529	0.446
6						1.000	0.999	0.995	0.986	0.966	0.935	0.889	0.831	0.762	0.686	0.606
7							1.000	0.999	0.996	0.988	0.973	0.949	0.913	0.867	0.809	0.744
8								1.000	0.999	0.996	0.990	0.979	0.960	0.932	0.894	0.847
9									1.000	0.999	0.997	0.992	0.983	0.968	0.946	0.916
10										1.000	0.999	0.997	0.993	0.986	0.975	0.957

例題(卜瓦松分配)

某速食店平均每 10 分鐘有 2 人進入。試求下列之機率

(3) 5 分鐘內，沒有人進入該店的機率？

(4) 30 分鐘內，至少有 2 人進入該店的機率？

31

例題(卜瓦松分配)

某速食店平均每 10 分鐘有 2 人進入。試求下列之機率

(3) 5 分鐘內，沒有人進入該店的機率？

(4) 30 分鐘內，至少有 2 人進入該店的機率？

32

二項分配近似卜瓦松分配

- 若隨機變數表為整個時間或區域內事件發生的次數，則可視為二項分配次試驗事件發生的次數，即

$$\lim_{n\to\infty} C_x^n p^x (1-p)^{n-x} = \frac{e^{-\mu}\mu^x}{x!}$$

- 也就是說當n夠大時，二項分配近似卜瓦松分配。
- 而在實務上，只要n≧ 100，p≦0.01或n ≧ 20，p≦0.05即可適用 。

33

二項分配近似卜瓦松分配

在二項分佈的伯努利試驗中，如果試驗次數n很大，二項分佈的機率p很小，且乘積λ= *n p*比較適中，則事件出現的次數的機率可以用卜瓦松分佈來逼近。事實上，二項分佈可以看作卜瓦松分佈在離散時間上的對應物。

證明如下。首先，回顧e的定義：

$$\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^n = e^{-\lambda},$$

二項分佈的定義：

$$P(X=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}.$$

34

二項分配近似卜瓦松分配

如果令$p=\lambda/n$, n趨於無窮時P的極限:

$$\lim_{n\to\infty} P(X=k) = \lim_{n\to\infty} \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{n!}{(n-k)!k!} \left(\frac{\lambda}{n}\right)^k \left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^{n-k}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \underbrace{\left[\frac{n!}{n^k\,(n-k)!}\right]}_{F} \left(\frac{\lambda^k}{k!}\right) \underbrace{\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^n}_{\to\exp(-\lambda)} \underbrace{\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^{-k}}_{\to 1}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \underbrace{\left[\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)\ldots\left(1-\frac{k-1}{n}\right)\right]}_{\to 1} \left(\frac{\lambda^k}{k!}\right) \underbrace{\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^n}_{\to\exp(-\lambda)} \underbrace{\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^{-k}}_{\to 1}$$

$$= \left(\frac{\lambda^k}{k!}\right) \exp(-\lambda)$$

35

例題(卜瓦松分配)

設有一產品其不良品在 100 件中有 1 件。今自一批產品中抽取 300 件，試求有 2 件不良品的機率為何？

36

例題(卜瓦松分配)

保險公司研究調查發現有0.05%的人會死於某意外，試求在 10000 件某意外之保險中，至少 5 人死亡之機率。

37

利用Excel求二項機率分配

BINOMDIST(number_s,trials,probability_s,cumulative)

Number_s 實驗的成功次數。

Trials 獨立實驗的次數。

Probability_s 每一次實驗的成功機率。

Cumulative 為一邏輯值，主要用來決定函數的類型。如果 cumulative 為 TRUE，則 BINOMDIST 傳回累加分配函數值，其代表最多有 number_s 次成功的機率；如果其值為 FALSE，則傳回機率密度函數的機率值，代表有 number_s 次成功的機率。

備註 ■ 二項式機率集結函數為： 二項累加分配函數為：

$$b(x;n,p)=\binom{n}{x}p^{x}(1-p)^{n-x} \qquad B(x;n,p)=\sum_{y=0}^{x}b(y;n,p)$$

38

利用Excel求超幾何機率分配

BINOMDIST(number_s,trials,probability_s,cumulative)

Number_s　實驗的成功次數。

Trials　獨立實驗的次數。

Probability_s　每一次實驗的成功機率。

Cumulative　為一邏輯值，主要用來決定函數的類型。如果 cumulative 為 TRUE，
則 BINOMDIST 傳回累加分配函數值，其代表最多有 number_s 次成功的機率；
如果其值為 FALSE，則傳回機率密度函數的機率值，代表有 number_s 次成功的機率。

備註

- 二項式機率集結函數為：

$$b(x;n,p)=\binom{n}{x}p^{x}(1-p)^{n-x}$$

二項累加分配函數為：

$$B(x;n,p)=\sum_{y=0}^{x}b(y;n,p)$$

39

利用Excel求卜瓦松機率分配

POISSON(x,mean,cumulative)

X　是事件的次數。

Mean　是期望值。

Cumulative　是一個邏輯值，用來決定機率分配傳回值的格式。
如果 cumulative 是 TRUE，POISSON 將傳回事件發生從 0 到 x 的累積波氏機率；
如果 cumulative 是 FALSE，將傳回事件的數目正好是 x 的波氏機率密度函數。

備註

- POISSON 計算的方式如下。

如果 cumulative = FALSE：

$$POISSON=\frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!}$$

如果 cumulative = TRUE：

$$CUMPOISSON=\sum_{k=0}^{x}\frac{e^{-\lambda}\lambda^{k}}{k!}$$

40

習 題

某科技大學統計學期末考，出 25 題四選一的選擇題，每題 4 分。甲學生完全以猜題方式做答，每題答對的機率為 $\frac{1}{4}$，求甲生期末統計學分數的期望值與變異數？

設 X 表答對題數的隨機變數 $X \sim B(25, \frac{1}{4})$

$\Rightarrow E(X) =$ $\qquad$ $, Var(X) =$

分數的期望值與變異數

$\Rightarrow E(4X) =$ $\qquad$ $, Var(4X) =$

41