

第二章:形式邏輯

2-1 命題邏輯

2-2 邏輯真值

2-3 一般式

2-4 述詞邏輯

1

2-1:命題的定義

- 命題(Proposition):能判別真偽的簡單敘述句,但不能同時為真又為假。

(1) 5是質數

(2) $x+3=5$

(3) 明天會下雨?

(4) 月球是有生命的星球

(5) 電影"賽德克·巴萊"的導演是魏德聖

2

命題字母、命題常數

- 命題字母: 字母 p, q, r, s 常被用來代表命題
 - (1) p : 5 是質數
 - (2) q : 月球是有生命的星球
 - (3) r : 電影"賽德克·巴萊"的導演是魏德聖
- 命題常數: T 與 F

3

命題連結

- 命題連結將多個命題合併成較複雜的句子

連結	樣本	一般說法
\neg	$\neg p$	「非 p 」
\wedge	$p \wedge q$	「 p 與 q 」
\vee	$p \vee q$	「 p 或 q (其中之一或兩者都是)」
\rightarrow	$p \rightarrow q$	「若 p , 則 q 」或「 p 推導得 q 」
\leftrightarrow	$p \leftrightarrow q$	「 p 若且唯若 q 」或「 p 與 q 等價」

4

命題連結 – 例子1

Ex. p : 甲是對的 ; q : 乙是對的

- (1) $p \vee q$: 甲是對的或乙是對的
- (2) $p \rightarrow q$: 若甲是對的則乙也是對的
- (3) $p \leftrightarrow q$: 甲和乙同時為對或同時為錯
- (4) $\neg p \vee q$: 甲是錯的或乙是對的

5

命題連結 – 例子2

Ex. p : 甲是對的 ; q : 乙是對的 ; r : 丙是對的

- (1) 甲和乙都是對的 (1) $p \wedge q$
- (2) 不是甲對，就是乙對 (2) $p \vee q$
- (3) 若甲是對的，則丙是錯的 (3) $p \rightarrow \neg r$

6

命題連結 – 例子2

Ex. p : 甲是對的 ; q : 乙是對的 ; r : 丙是對的

(4) 不是甲對，就是乙對，但不會兩人同時都對

$$(4) (p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q)$$

(5) 若甲是錯的，但乙是對的，則丙是對的

$$(5) (\neg p \wedge q) \rightarrow r$$

7

語式

- 語式(Formulas) : 由命題連結、命題字母、與括號所構成更複雜的命題表現

語式常以 ϕ, ψ, χ 表示 (ϕ : Phi, ψ : Psi, χ : Chi)

$$(1) \phi = (p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q)$$

$$(2) \psi = (\neg p \wedge q) \rightarrow r$$

8

語式-例子

Ex. p : 甲是對的 ; q : 乙是對的 ; r : 丙是對的
 用上述命題字母，將以下敘述轉換成
 命題邏輯的語式，以 ϕ 表之

「若甲是對的，則不是乙對，就是丙對，
 但不可能乙和丙同時都對」

$$\phi = p \rightarrow ((q \vee r) \wedge \neg(q \wedge r))$$

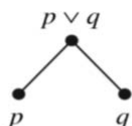
9

語式的算式樹

算式樹(expression tree)是語式的視覺表示法

$$\bullet \quad (1) p \wedge q \quad (2) \neg p \rightarrow q \quad (3) (p \rightarrow q) \vee r$$

p 的表示圖

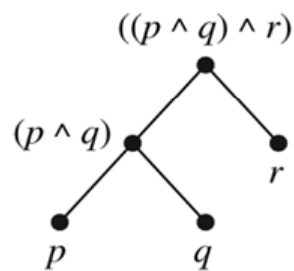


$p \vee q$ 的算式樹

10

語式的算式樹 - 例子1

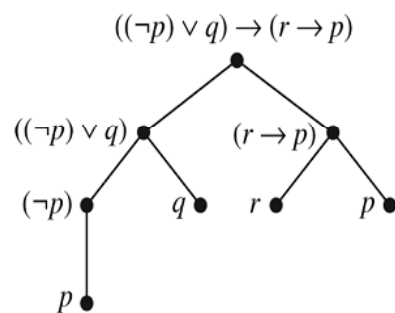
$((p \wedge q) \wedge r)$ 的算式樹



11

語式的算式樹 - 例子2

$((\neg p) \vee q) \rightarrow (r \rightarrow p)$ 的算式樹



12

隨堂練習:1

一些命題字母被定義如下：

p = 「Jones 說的是實話」。

q = 「這是那個員工作的」。

r = 「我隨便你」。

s = 「月亮是綠起司作的」。

用上述的命題字母，將以下的陳述都轉換成命題邏輯：

(a) 若 Jones 說的是實話，則若真的是那個員工作的，我隨便你。

13

隨堂練習:1

一些命題字母被定義如下：

p = 「Jones 說的是實話」。

q = 「這是那個員工作的」。

r = 「我隨便你」。

s = 「月亮是綠起司作的」。

用上述的命題字母，將以下的陳述都轉換成命題邏輯：

(b) 若這是那個員工作的，則不是 Jones 說的是實話，就是月亮是綠起司作的 (但 Jones 與月亮這兩件事並不同時存在。)

14

隨堂練習:2

畫出以下各語式的運算樹：

(a) $\neg p \wedge (\neg q \vee r)$

(b) $p \vee (\neg q \wedge \neg r)$

(c) $((p \vee q) \leftrightarrow r) \leftrightarrow p$

(d) $(\neg q \wedge \neg r) \leftrightarrow (p \rightarrow (q \vee r))$

15

隨堂練習:2

畫出以下各語式的運算樹：

(a) $\neg p \wedge (\neg q \vee r)$

(b) $p \vee (\neg q \wedge \neg r)$

(c) $((p \vee q) \leftrightarrow r) \leftrightarrow p$

(d) $(\neg q \wedge \neg r) \leftrightarrow (p \rightarrow (q \vee r))$

16