

## 1-3: 排容原理

1

## 基數- 定義

設 $A$ 為有限集合，則 $A$ 的**基數**指 $A$ 中元素的數量，記作  $|A|$

設  $A = \{1,2,3,4,5\}$ ,  $B = \{2,4,6,8,10\}$

(1)  $|A|$

(2)  $|B|$

(3)  $|A \cup B|$

(4)  $|A \cap B|$

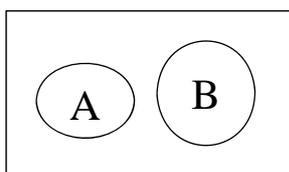
2

## 兩個集合的排容原理

令  $A, B$  為有限集合

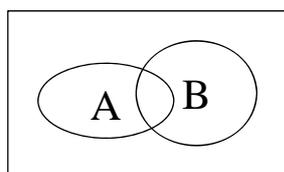
若  $A \cap B = \phi$ ，則  $|A \cup B| =$

若  $A \cap B \neq \phi$ ，則  $|A \cup B| =$



$A \cup B$

$A \cap B = \phi$



$A \cup B$

$A \cap B \neq \phi$

3

## 兩個集合的排容原理 – 例子

$D_n = \{x \mid x \text{ 為 } n \text{ 的倍數}, 1 \leq x \leq 100, x \in \mathbb{Z}\}$

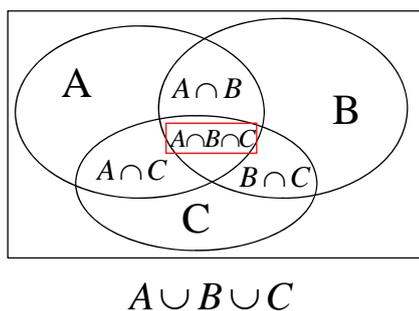
(1)  $|D_2 \cup D_3|$

(2)  $|\overline{D_2 \cup D_4}|$

4

## 三個集合的排容原理

令 $A, B, C$ 為有限集合，則 $|A \cup B \cup C| =$   
 $|A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C|$   
 $+ |A \cap B \cap C|$



5

## 三個集合的排容原理 – 例子

$D_n = \{x \mid x \text{ 為 } n \text{ 的倍數}, 1 \leq x \leq 100, x \in \mathbb{Z}\}$

求  $|D_2 \cup D_3 \cup D_4|$

6

## 奇交集

令  $A_1, A_2, \dots, A_n$  為有限集合，則其  
奇交集為任意相異奇數個  $A_i$  之交集。

7

## 偶交集

令  $A_1, A_2, \dots, A_n$  為有限集合，則其  
偶交集為任意相異偶數個  $A_i$  之交集。

8

## ■ 有限多個集合的排容原理

令  $A_1, A_2, \dots, A_n$  為有限集合 ( $n \geq 1$ ),  
則  $|A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n|$  為  
所有  $A_1, A_2, \dots, A_n$  的奇交集的基數和減去  
所有  $A_1, A_2, \dots, A_n$  的奇交集的基數和

9

## ■ 有限多個集合的排容原理 – 例子

令  $A_1, A_2, \dots, A_5$  為有限集合, 則  $|A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 \cup A_5| = ?$

10

## 隨堂練習:1

$D_n = \{x \mid x \text{ 為 } n \text{ 的倍數}, 1 \leq x \leq 100, x \in \mathbb{Z}\}$

求  $|\overline{D_2 \cup D_4 \cup D_6}|$

11

## 隨堂練習:2

令  $A_1, A_2, \dots, A_4$  為有限集合，則  $|A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4| = ?$

12